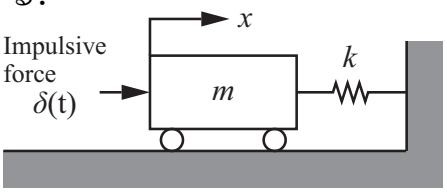
生物工学演習D -第2回-

今回の目的

□機械力学系の運動方程式の立式ができるようになる．
□ラプラス変換によって運動方程式の解を得ることができるようになる．

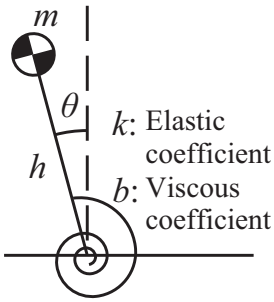
2.1

下図に示すシステムの運動方程式を導出し，$x(t)$ についてその方程式を解け．ただし，台車の初期状態を $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$ とし，時刻 $t = 0$ において単位インパルス入力が作用するとする．



2.2

下図に示すシステムの運動を考える．ただし，振子の質量は，ジョイントから高さ h の位置に集中していると仮定する．図中の $m, k,$ および b は，それぞれ，振子の質量，ジョイントの弾性係数，およびジョイントの粘性係数を示す．また，重力加速度を g とする．

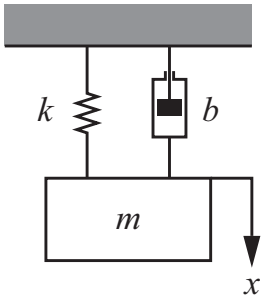


(1) 力 $u(t)$ が振子の質量中心位置に振子に垂直な向きで作用する場合，振子の運動方程式を記述せよ．ただし，振子の慣性モーメントを mh^2 とする．

(2) 初期状態を $\theta(0) = 0, \dot{\theta}(0) = 0$ とし，時刻 $t = 0$ において単位インパルス入力 $(U(s) = 1)$ が作用するとする．$\theta(t)$ の時間変化を求めよ．

2.3

下図に示すシステムの運動を考える．図中の m, k, および b は，それぞれ，おもりの質量，ばねの弾性定数，およびダンパの粘性係数を示す．



(1) おもりがぶら下がっていないときのばねの下端の位置を x' とする．おもりをぶら下げることにより，ばねの下端が $\tilde{x}$ まで下がって静止した．重力加速度を g として，つり合いの関係式を記述せよ．

(2) おもりには鉛直下向きに外力 $u(t)$ が作用すると仮定する．おもりがぶら下がっているときのつり合いの位置 $\tilde{x}$ を基準 $(x = 0)$ として，おもりの運動方程式を記述し，運動方程式中には x' が記述されないように変形せよ．

以下では，$m = 1\text{kg}$, $b = 2\text{Ns/m}$, $k = 10\ \text{N/m}$ とする．また，物体は平衡位置より 0.05m 下方へ変位した状態から初速度 0 で手を離すものとし，(2) で仮定した外力が作用しないとする $(u(t) = 0)$．

(3) システムの運動に見られる振動の周波数を求めよ．

(4) 3 周期後の位置 x を求めよ．ただし，$e^{-2\pi} = 0.0018674$ とする．