生物工学演習E -第2回-

今回の目的

周期信号をフーリエ級数展開できるようになる．

2.1

以下で記述される区間 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ で定義された内積を計算し，三角関数系の直交性を示せ．ただし，δ_{mn} は Kronecker のデルタであり，

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

を満たす．また，$\omega = \frac{2\pi}{T}$ である．

$$(1) \qquad \langle \cos m\omega t, \cos n\omega t \rangle = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos m\omega t \cos n\omega t \ dt = \frac{T}{2}\delta_{mn}$$

$$(2) \qquad \langle \sin m\omega t, \sin n\omega t \rangle = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin m\omega t \sin n\omega t \ dt = \frac{T}{2}\delta_{mn}$$

2.2

次の周期関数を図示し，実 Fourier 級数展開した際のフーリエ係数 a_0, a_k, b_k を求めよ．また，求めたフーリエ係数 a_0, a_k, b_k を $k = 5$ まで図示せよ．(1) の δ はディラックのデルタ関数で $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$ となる関数である．

(1) $$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - nT\right)$$

(2) $$x(t) = \begin{cases} E, & 0 < t < T/2 \\ -E, & -T/2 < t < 0 \end{cases}$$

(3) $$x(t) = \frac{2E}{T}t, \ -T/2 < t < T/2$$

(4) $$x(t) = \begin{cases} \frac{4E}{T}t + E, & -T/2 < t < 0 \\ -\frac{4E}{T}t + E, & 0 < t < T/2 \end{cases}$$

(5) $$x(t) = \left|\cos \frac{\pi}{T}t\right|$$