生物工学演習E -第3回-

今回の目的

周期信号を複素フーリエ級数展開できるようになる．

3.1

以下で記述される区間 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$ で定義された内積を計算し，
複素指数関数系 $\{\ldots, e^{-j\omega t}, e^{0\times j\omega t}, e^{j\omega t}, \ldots, e^{jk\omega t}, \ldots\}$ の直交性を示せ．ただし，δ_{mn} は Kronecker のデルタであり，

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

を満たす．また，$\omega = \frac{2\pi}{T}$ である．

$$\langle e^{jm\omega t}, e^{jn\omega t} \rangle = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{jm\omega t} e^{-jn\omega t}\, dt = T\delta_{mn}$$

3.2

次の周期関数を図示し，それを複素 Fourier 級数展開した際の複素フーリエ係数 X_k を求めよ．また，求めた複素フーリエ係数 X_k を実部と虚部にわけて $k = \pm 5$ まで図示せよ．(1) の $\delta(\cdot)$ はディラックのデルタ関数で $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0)$ となる関数である．

(1) $$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - nT\right)$$

(2) $$x(t) = \begin{cases} E, & 0 < t < T/2 \\ -E, & -T/2 < t < 0 \end{cases}$$

(3) $$x(t) = \frac{2E}{T}t,\ -T/2 < t < T/2$$

(4) $$x(t) = \begin{cases} \frac{4E}{T}t + E, & -T/2 < t < 0 \\ -\frac{4E}{T}t + E, & 0 < t < T/2 \end{cases}$$

(5) $$x(t) = \left|\cos\frac{\pi}{T}t\right|$$