生物工学演習E -第5回-

今回の目的

サンプリング定理を感覚的に理解する．
離散信号が周波数領域では周期的になることを理解する．

5.1

以下の連続信号 $x(t)$ を下記条件でサンプリングした際に，どのような信号 (サンプリング周波数以下の周波数を用いた表現) と区別できなくなるか答えよ．

1. $x(t) = \cos(2\pi t) + 2\cos(8\pi t)$, サンプリング周波数 3 Hz
2. $x(t) = \sin(10\pi t)$, サンプリング間隔 0.5 s

5.2

任意の信号 $x(t)$ にくし形関数 (一定間隔でデルタ関数を並べた周期的デルタ関数) を掛けると，くしの節点における信号の値に等しい積分を持つインパルスの列に変換される．以下ではサンプリングの表現によく使われるこの操作により得られた離散的な信号のフーリエ変換について考える．

1. デルタ関数を間隔 T_s で並べたくし形関数 $\mathrm{III}_{T_s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s)$ のフーリエ変換を計算し時間領域，周波数領域で図示せよ．くし形関数のフーリエ級数展開が $\mathrm{III}_{T_s}(t) = \frac{1}{T_s}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_k t}$ であることを利用してもよい．
2. sinc 関数 $x(t) = \frac{\sin 2\pi t}{2\pi t}$ のフーリエ変換を計算し時間領域，周波数領域で図示せよ．
3. 上記の sinc 関数が持つ周波数帯域の最大値を答えよ．
4. くし形関数と sinc 関数の積をフーリエ変換し時間領域，周波数領域で図示せよ．関数 $f(t)$ と $g(t)$ の積 $f(t)g(t)$ のフーリエ変換がそれぞれをのフーリエ変換 $F(\omega)$, $G(\omega)$ の畳み込みで表現できることを利用してもよい ($F[f(t)g(t)] = 2\pi(F * G)(\omega)$)．
5. 時間領域でくし形関数によるサンプリング周波数が信号の持つ最大周波数の 1/2 より小さなであるとき，周波数領域ではどのような現象が見られるか答えよ．