生物工学演習E -第12回-

今回の目的

□確率過程の自己相関を理解し計算できるようになる．

12.1

以下のように定義されるランダムウォークの確率過程について問いに答えよ．50% の確率で 1 か -1 をとる独立な確率変数 $Z_1, Z_2, \ldots$ がある．この確率変数の n 番目までの和 $S_n = \sum_{j=1}^{n} Z_j$ を考える．ただし $S_0 = 0$．このとき系列 $\{S_n\}$ は整数 $\mathbb{Z}$ 上のランダムウォークと呼ばれる．

(1) 離散確率変数 $X_1 \sim f_1(x_i) = a_i, i \in \mathbb{Z}$ と $X_2 \sim f_2(x_i) = b_i, i \in \mathbb{Z}$ の和が従う確率分布を数式で示し，確率変数 $S_2 = Z_1 + Z_2$ が従う確率質量関数を図示せよ．

(2) 確率変数 S_3 の確率質量関数を図示せよ．

(3) 確率変数 S_n の平均と分散を計算せよ．

(4) n が十分に大きいとき S_n の従う分布が正規分布で近似できることを示せ．ただし，n は確率変数 S_n の実現値 s_n より十分大きいと仮定してよい．

(5) S_n の自己相関関数を計算せよ．